## 磨尖课03 隐零点问题

在研究函数单调性时，常常会遇到的零点不可求的情形，此时可先论证有零点，再虚设零点，最后运用零点代换，化简函数式的策略来解决问题，这是隐零点问题常用的处理方法.隐零点的零点代换处理策略被广泛应用于零点讨论、不等式证明、求最值等各种题型中，是零点不可求问题中一个必备的处理方法，在高考题中比较常见.

典例 已知.设，若当时，有唯一零点，求实数的取值范围.

[解析]由，得.

①当时，在上单调递增，,，

所以存在使得，

当时，，单调递减，

当时，，单调递增，

又,，所以存在唯一的,使得，满足题意；

②当时，由可得，令，

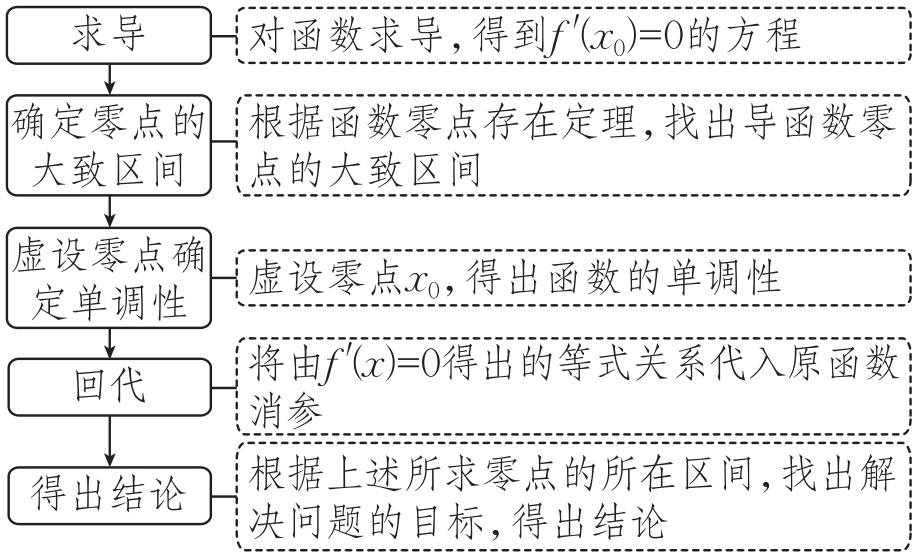
则，当时，，故在上单调递增，

则，则在上恒成立，故在上无零点.

综上所述，实数的取值范围是.



**求解隐零点问题的五个步骤**



### 磨尖训练

已知函数,，.若存在与函数,的图象都相切的直线，求实数的取值范围.

[解析]设曲线上点与曲线上点处的切线相同，

由题意得，,,

则，即，

故，代入得

设，则，不妨设，则当时，，当时，，即在上单调递减，在上单调递增，代入可得，

.

设，则对恒成立，所以在区间上单调递增，又，

所以当时，，即当时，.

又当时，，

所以当时，函数必有零点，即当时，必存在使得成立，即存在,使曲线上点与曲线上点处的切线相同.

由得，即在上单调递减，因此，

所以实数的取值范围是.